

**Modelación matemática de un problema de cadena de suministro
para la producción de alimentos extruidos mediante el
aprovechamiento de residuos agroindustriales**

Mathematical modeling of a supply chain problem for the production of extruded
foods through the use of agro-industrial waste

Maximiliano Ibarra Navarro ^a, Yajaira Cardona Valdés ^a, Vanesa Ávalos Gaytán ^a

^a Universidad Autónoma de Coahuila, Centro de Investigación en Matemáticas Aplicadas,
Edificio “S”, Unidad Camporredondo s/n, C. P. 25020, Saltillo, Coahuila, México

Correspondencia para autor: Maximiliano Ibarra Navarro
Universidad Autónoma de Coahuila

Correo electrónico: maximilianoibarrana@uadec.edu.mx

Resumen

Este artículo muestra la modelación matemática de un problema de cadena de suministro, que tiene por objetivo el aprovechamiento de residuos agroindustriales para la elaboración de alimentos tipo *snack*. Por lo tanto, se consideró un diseño de cadena de suministro como un problema con parámetros conocidos, con múltiples tipos de materias primas, que cuenta con variables de decisión y con factores de rendimiento entre cada etapa. Esta investigación tiene por objetivo modelar matemáticamente un problema de cadena de suministro como un problema de programación lineal entera y estudiar el alcance del modelo mediante la solución de instancias aleatorias. Los resultados mostraron que se garantiza la optimalidad para todas las instancias generadas con dos y cinco tipos de materias primas, mientras que se ofrecen soluciones factibles en las instancias generadas con diez tipos de materias primas, esto debido a que no es posible garantizar la optimalidad bajo el tiempo límite de cómputo establecido a medida que aumenta el tamaño de la configuración de la instancia. Sin embargo, se garantiza la calidad de las soluciones obtenidas con el modelo de programación lineal entera propuesto debido a que todas las instancias obtuvieron valores de gap aceptables.

Palabras clave: residuos agroindustriales, ubicación de instalaciones, cadena de suministro, programación lineal entera.

Abstract

This article shows the mathematical modeling of a supply chain problem, whose objective is the use of agro-industrial waste for the preparation of snack-type foods. Therefore, a supply chain design was considered as a problem with known parameters, with multiple types of raw materials, with decision variables and performance factors between each stage. This research aims to mathematically model a supply chain problem as an integer linear programming problem and to study the scope of the model by solving random instances. The results showed that optimality is guaranteed for all instances generated with two and five types of raw materials, while feasible solutions are offered in instances generated with ten types of raw materials, because it is not possible to guarantee optimality under the computation timeout set as the size of the instance configuration increases. However, the quality of the solutions obtained with the

proposed integer linear programming model is guaranteed because all the instances obtained acceptable gap values. **Keywords:** agro-industrial waste, facility location, supply chain, integer linear programming problem.

Introducción

El aumento en la demanda y producción de productos agrícolas genera una gran cantidad de residuos agroindustriales que está presente a nivel mundial, y su eliminación representa un grave problema ambiental, debido a su rápida degradación que limita su explotación adicional (Schieber y col., 2001; Vendruscolo y col., 2008). Tradicionalmente, las actividades que se han utilizado como posibles soluciones son incinerar o desechar los residuos en el campo, siendo perjudicial para el medio ambiente debido a que los compuestos fenólicos disminuyen el pH del suelo e incrementan la resistencia a la degradación biológica. Además, otros conflictos ambientales asociados a la problemática son la contaminación de suelos y agua, mal olor, atracción de insectos y plagas que pueden propagar enfermedades y el agotamiento del oxígeno en el suelo y las aguas subterráneas (Beres y col., 2017).

La pomaza de fruta es un subproducto generado de los residuos agroindustriales y que se considera un desecho industrial con muy poco valor económico, que representa entre el 20% y 25% del peso de la fruta (Paraman y col., 2015). Una alternativa alimentaria del uso de la pomaza de fruta propuesta por Shah y col. (2018) son “los *snacks* extruidos” pues son alimentos que tienen una larga duración en almacenamiento. Además, Shah y col. (2018) afirmaron que el desarrollo de los *snacks* se puede incorporar exitosamente en programas escolares de nutrición, pues además de su duración en almacenamiento, tienen un agradable sabor, el costo es accesible y cumple satisfactoriamente con los requerimientos nutricionales de los estudiantes.

Los problemas de cadena de suministro son problemas clásicos del área de investigación de operaciones que se han estudiado desde hace mucho tiempo y existen numerosas investigaciones acerca de ello. Entre ellas, se encuentra el problema de ubicación de instalaciones, siendo esta un área bien establecida dentro del área de investigación de operaciones. De manera general, un problema de ubicación de instalaciones consiste en, dado un conjunto de clientes distribuidos espacialmente y un conjunto de posibles instalaciones para

satisfacer las demandas de los clientes, determinar qué instalaciones deberían usarse (abrirse) y qué clientes deben ser atendidos desde cuál instalación (o instalaciones) para minimizar los costos totales (Melo y col., 2009).

Actualmente, en la literatura se encuentran clasificaciones para este tipo de problemas, donde Melo y col. (2007) y Melo y col. (2009) destacan por sus investigaciones acerca del mantenimiento de cadenas de suministro y la ubicación de instalaciones, puesto que recopila los artículos científicos respecto a las características y metodologías de solución. Melo y col. (2009) muestran el porcentaje de artículos científicos que utilizan diferentes tipos de metodologías para resolver problemas de cadenas de suministro, donde clasificó en dos: si se resuelve mediante un software de propósito general (25%) o si se resuelve mediante un algoritmo especialmente diseñado (75%). Entre estas dos clasificaciones, muestra que del 25% de problemas que utilizan un software de propósito general, 23% se resuelven de manera exacta mediante el uso de un software de programación matemática y 2% se resuelven de manera heurística al ejecutar un solucionador comercial hasta que se alcance un límite de tiempo determinado. Además, muestra que del 75% de problemas que utilizan algoritmos especialmente diseñados, 30% se resuelven de manera exacta y 45% de manera heurística. Respecto a los problemas de ubicación de instalaciones en cadenas de suministros agroindustriales, Martins y col. (2019) rediseñaron una red de cadena de suministro multiobjetivo para un banco de alimentos, donde se formuló un problema de programación entera-mixta para minimizar el costo fijo de ubicación de instalaciones y el costo de distribución. Jonkman y col. (2018) describieron de manera general el problema de diseño de la cadena de suministro en las cadenas industriales agroalimentarias, presentando la formulación del modelo como un problema de programación lineal entera-mixta aplicado a un caso de estudio de procesamiento de betabel en los Países Bajos. Salehi-Amiri y col. (2022) describieron e implementaron una red de cadena de suministro para la industria del aguacate mediante un modelo de programación lineal entera-mixta, en el que su objetivo consiste en ubicar los centros requeridos, el volumen de transporte entre cada centro y la cantidad de productos almacenados. Mogale y col. (2019) desarrollaron un modelo de cadena de suministro basado en datos para la adquisición eficiente de granos alimenticios en la India, formulando un modelo

de programación lineal entera-mixta para minimizar los costos totales de la red de la cadena de suministro y determinar el número y la ubicación de los centros de compras. Sarker y col. (2018) consideraron ubicar múltiples centros de almacenamiento óptimos en tierras de cultivo utilizando un modelo de programación no lineal entera-mixta y la heurística *alternative search to convergence heuristic* (ASTCH). Wang y col. (2021) presentaron una red de dos niveles para encontrar ubicaciones óptimas para los centros de entrega de productos agrícolas mediante un algoritmo genético, demostrando ser más eficiente al considerar un caso de estudio en los Estados Unidos.

Además, Daskin y col. (2005) realizaron una investigación dirigida a expandir el contexto de los problemas de ubicación de instalaciones mediante la administración de inventarios, robustez y confiabilidad; Yan y col. (2020) consideraron productos agrícolas frescos en una red de cadena de suministro y aplicaron contratos de reparto de ingresos para evaluar el modelo propuesto.

El objetivo de esta investigación consiste en modelar matemáticamente un problema de cadena de suministro para el aprovechamiento de residuos agroindustriales mediante la programación lineal entera para obtener soluciones óptimas al problema. Además, se pretende determinar el alcance del modelo resolviendo un conjunto de instancias aleatorias.

La aportación científica de esta investigación se muestra en tres aspectos:

- 1.- El diseño de cadena de suministro, el cual busca mitigar la generación de residuos agroindustriales mediante la elaboración de alimentos extruidos tipo *snack*.
- 2.- El modelo matemático, puesto que es único debido a que se modeló acorde al diseño de cadena de suministro del alimento tipo *snack*.
- 3.- La validación del modelo matemático mediante la experimentación computacional de las instancias, debido a que en la literatura no se encuentran instancias de cadenas de suministro sobre las cuales se puedan acoplar sobre el modelo matemático, siendo ésta una validación sobre el alcance que tiene el modelo.

Descripción del problema

Para lograr el cumplimiento de los requerimientos del producto, que abarca desde la obtención de la materia prima hasta la entrega del producto final en las manos del cliente, se consideró

el diseño de cadena de suministro con flujo lineal de productos, que se compone de cinco etapas (nodos que componen la cadena de suministro) con cuatro niveles (la conexión entre cada par de etapas): proveedores, centros de recolección, plantas, bodegas y escuelas. El último nivel compuesto por las etapas de bodegas y las escuelas se puede resolver como un problema de ruteo de vehículos, el cual queda fuera del estudio de esta investigación. Por lo que la cadena de suministro considerada en este trabajo con flujo lineal de productos, se compone de cuatro etapas con tres niveles: proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas, como se muestra en la Figura 1.

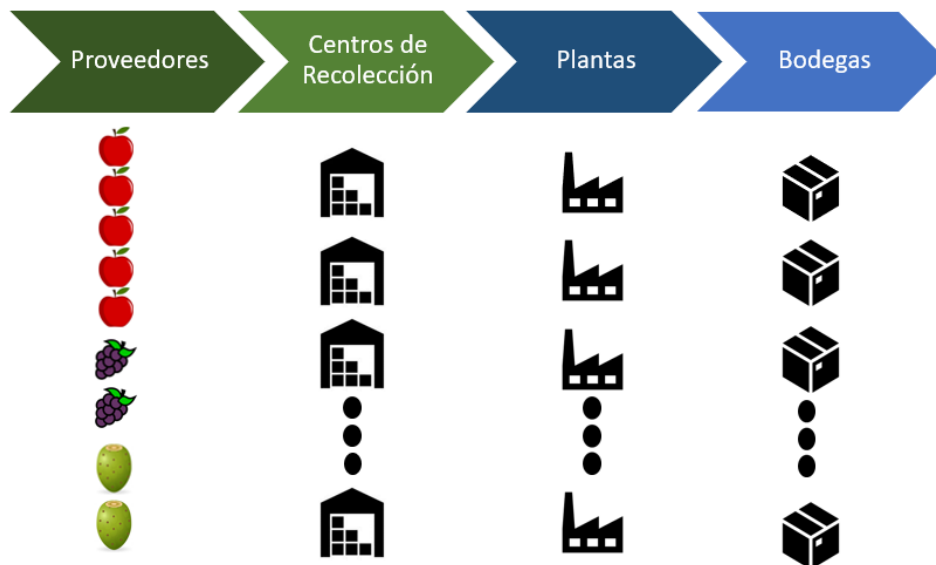


Figura 1: Diagrama de flujo de productos de la cadena de suministro.

Fuente: Elaboración propia.

- Primera etapa: Proveedores.** En la primera etapa, los proveedores aportan los residuos agroindustriales para la elaboración del producto tipo *snack*. Cada proveedor solo puede suministrar un tipo de materia prima (manzana, uva, etc.).

Para la primera etapa, se contempla que se conoce el número total de proveedores, su ubicación, el tipo y la cantidad de materia prima que puede proveer, la cual se asume fija y conocida. Además, cualquier proveedor puede proporcionar la materia prima necesaria para satisfacer parcial o totalmente la demanda.

2. **Segunda etapa: Centros de recolección.** En la segunda etapa, los centros de recolección mantienen los residuos en refrigeración para evitar su descomposición. En estos centros se “limpia” y se preprocesa la materia prima, obteniéndose de una unidad de residuo, una proporción de producto “limpio”.

Se considera un número potencial de centros de recolección de los cuales se conoce su ubicación, éstos tienen distintas capacidades y el costo fijo de apertura depende de ellas. Así, debe determinarse cuántos y cuáles centros de recolección se abren, así como la capacidad con que se deben de abrir.

3. **Tercera etapa: Plantas.** En la tercera etapa se encuentran las plantas donde se almacena la materia prima “limpia” y después pasa por un proceso de extrusión, obteniendo el alimento tipo *snack*. De una unidad de materia prima “limpia”, se obtiene una proporción de producto tipo *snack*. Además, para mantener estandarizadas las propiedades organolépticas como el sabor, olor, color y textura del producto tipo *snack*, se requiere que cada planta sólo pueda procesar un tipo de materia prima.

Igual que para los centros de recolección, se dispone de un conjunto potencial de plantas, se conoce su ubicación y el costo fijo de apertura. Es necesario determinar cuántas y cuáles plantas se deben abrir, y para qué tipo de materia prima.

4. **Cuarta etapa: Bodegas.** En la cuarta etapa se encuentran las bodegas donde se almacenan los alimentos tipo *snack*. El número de bodegas se considera fijo y conocido. Las bodegas representan las escuelas en la cadena de suministro, estas tienen asociada una demanda, la cual se estima anualmente, en función de la cantidad de niños por escuela y el número de barras que se le proporcionan semanalmente.

Las consideraciones sobre la modelación del problema son que se asumió que todos los parámetros son conocidos (problema determinista), existen múltiples tipos de materias primas, y se cuenta con variables de decisión y con factores de rendimiento entre cada etapa. Es decir, se conoce tanto la oferta como la demanda del producto ya terminado, se consideran diferentes tipos de materias primas donde cada proveedor sólo puede proporcionar un tipo de materia prima, los centros de recolección pueden tener diferente tamaño, las plantas sólo pueden

procesar un tipo de materia prima y se consideraron factores de rendimiento que afectan la cantidad de productos que se producen en cada etapa de la cadena de suministro.

En el problema de cadena de suministro se presenta el problema de ubicación de instalaciones, el cual se clasifica como un problema NP-difícil (Cornuéjols y col., 1990). Un problema es considerado NP-difícil si para su solución se puede modificar un algoritmo para resolver cualquier problema NP (no polinomial) o cualquier problema P (polinomial), pues los problemas P son un subconjunto de NP (Hosch, 2020). En este caso dicho problema está presente en la segunda etapa para los centros de recolección y la tercera etapa para las plantas, por lo tanto, el problema de cadena de suministro considerado en esta investigación también es NP-difícil.

Formulación matemática del problema

El problema de cadena de suministro planteado se modeló matemáticamente de manera preliminar como un problema de programación lineal entera. A continuación, los conjuntos, parámetros y variables necesarias para plantear el modelo (función objetivo y restricciones) son los siguientes:

1. Conjuntos

- I : conjunto de proveedores, indexados por i .
- J : conjunto de centros de recolección, indexados por j .
- K : conjunto de plantas, indexados por k .
- L : conjunto de bodegas, indexados por l .
- M : conjunto de tipos de materias primas, indexados por m .
- N : conjunto de tamaños de los centros de recolección, indexados por n .

2. Parámetros

- γ_i^m : oferta de los proveedores i para el tipo de materia prima m .
- β_j^{mn} : capacidad de los centros de recolección j con tamaño n para el tipo de materia prima m .
- λ_k^m : capacidad de las plantas k para el tipo de materia prima m .
- d_l^m : demanda de las bodegas l para el tipo de materia prima m .
- c_{ij}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde el proveedor i al centro de recolección j .
- c_{jk}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde el centro de recolección j a la planta k .
- c_{kl}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde la planta k a la bodega l .
- h_j^n : costo fijo por abrir un centro de recolección j de tamaño n .
- ξ_k : costo fijo por abrir una planta k .
- ι_j^m : factor de rendimiento que se produce en los centros de recolección j de residuo agroindustrial a residuo agroindustrial limpio para el tipo de materia prima m .
- ζ_k^m : factor de rendimiento que se produce en las plantas k de residuo agroindustrial limpio a *snack* para el tipo de materia prima m .
- δ_j^m : costo por transformar de residuo agroindustrial a residuo agroindustrial limpio en el centro de recolección j para el tipo de materia prima m .
- ϵ_k^m : costo por transformar de residuo agroindustrial limpio a *snack* en la planta k para el tipo de materia prima m .

3. Variables de decisión

X_{ij}^m : cantidad de residuo agroindustrial transportado desde el proveedor i al centro de recolección j del tipo de materia prima m .

Y_{jk}^m : cantidad de residuo agroindustrial limpio transportado desde el centro de recolección j a la planta k del tipo de materia prima m .

Z_{kl}^m : cantidad de producto tipo *snack* transportado de la planta k a la bodega l del tipo de materia prima m .

$$O_j^n = \begin{cases} 1 & \text{si el centro de recolección } j \text{ se abre de tamaño } n. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$\Phi_k^m = \begin{cases} 1 & \text{si la planta } k \text{ se abre para el tipo de materia prima } m. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

En la Figura 2 se puede observar una representación gráfica de los conjuntos, parámetros y variables del modelo matemático, donde los conjuntos se muestran en la parte superior del diagrama de flujo, enseguida se muestran las variables con color de fuente negra y los parámetros con color de fuente azul. Las variables y parámetros que afectan a cada etapa de la cadena de suministro se encuentran debajo del conjunto, por ejemplo, la variable de decisión Φ_k^m se encuentra debajo del conjunto K , ya que esta variable permite la apertura de una planta k para algún tipo de materia prima m . Las variables y parámetros que afectan a cada nivel de la cadena de suministro se encuentran debajo de los arcos de color rojo, que representa los flujos de productos entre dos etapas de la cadena de suministro, por ejemplo, el parámetro c_{ij}^m que se refiere a los costos de transporte se encuentra debajo del arco que se encuentra entre los proveedores i y los centros de recolección j .

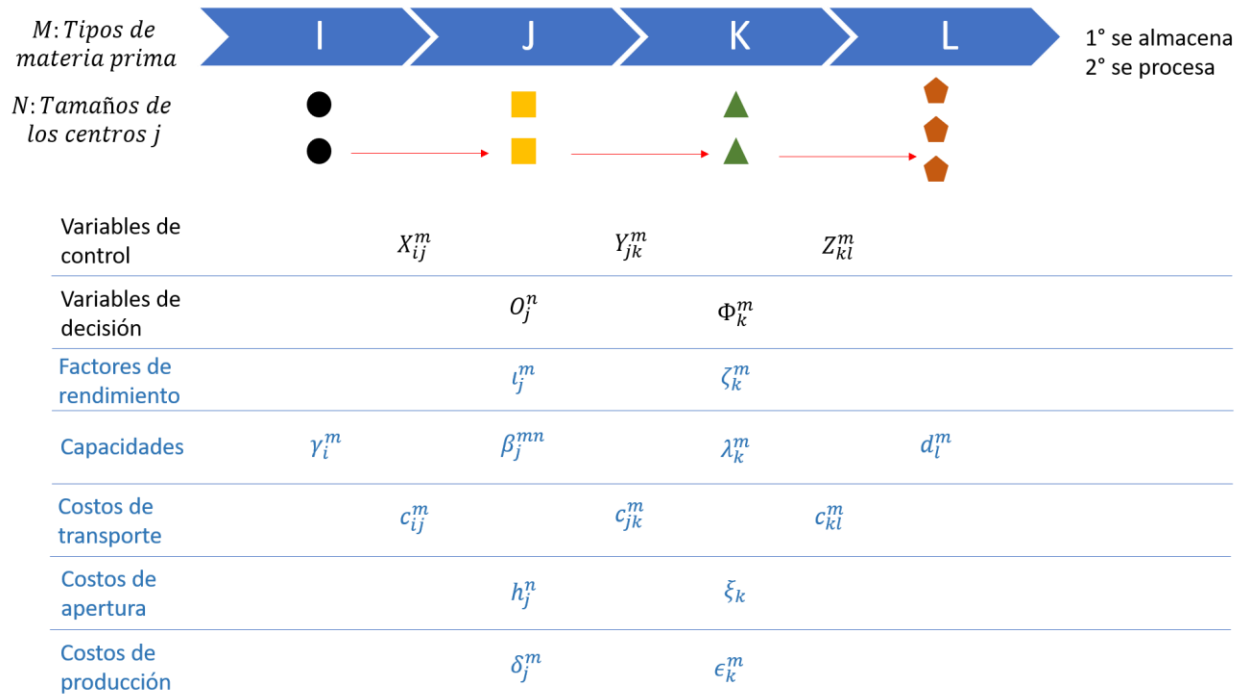


Figura 2: Representación gráfica de la relación de las variables y parámetros respecto a los conjuntos (etapas) y niveles (arcos) de la cadena de suministro. Los conjuntos que se muestran representan las etapas y los niveles representan el flujo de productos entre las etapas.

Fuente: Elaboración propia.

4. Función Objetivo

$$\begin{aligned} \min f = & \sum_{n \in N} \sum_{j \in J} O_j^n h_j^n + \sum_{m \in M} \sum_{k \in K} \Phi_k^m \xi_k + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij}^m X_{ij}^m + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{jk}^m Y_{jk}^m \\ & + \sum_{m \in M} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} c_{kl}^m Z_{kl}^m + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_j^m X_{ij}^m + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \epsilon_k^m Y_{jk}^m \end{aligned} \quad (1)$$

La ecuación (1) busca minimizar los costos totales de la cadena de suministro, es decir, los costos de apertura (primer y segundo término), transporte (tercer, cuarto y quinto término) y producción (sexto y séptimo término).

5. Restricciones

$$\sum_{k \in K} Z_{kl}^m \geq d_l^m, \quad \forall l \in L, \forall m \in M \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} Y_{jk}^m \leq \Phi_k^m \lambda_k^m, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ij}^m \leq \sum_{n \in N} O_j^n \beta_j^{mn}, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \zeta_j^m X_{ij}^m - \sum_{k \in K} Y_{jk}^m = 0, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} \zeta_k^m Y_{jk}^m - \sum_{l \in L} Z_{kl}^m = 0, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ij}^m \leq \gamma_i^m, \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} Y_{jk}^m \leq \sum_{n \in N} O_j^n \zeta_k^m \beta_j^{mn}, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (8)$$

$$\sum_{l \in L} Z_{kl}^m \leq \Phi_k^m \zeta_k^m \lambda_k^m, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (9)$$

$$\sum_{n \in N} O_j^n \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{m \in M} \Phi_k^m \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$X_{ij}^m \in Z^+ \cup \{0\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall m \in M \quad (12)$$

$$Y_{jk}^m \in Z^+ \cup \{0\}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall m \in M \quad (13)$$

$$Z_{kl}^m \in Z^+ \cup \{0\}, \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall m \in M \quad (14)$$

$$O_j^n \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, \forall n \in N \quad (15)$$

$$\Phi_k^m \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (16)$$

Las ecuaciones (2) indican que la cantidad de producto transportado de las plantas k a las bodegas l debe ser mayor o igual a la demanda de las bodegas l para el tipo de materia prima m . De manera similar, las ecuaciones (3) y las ecuaciones (4) muestran que la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k debe ser menor o igual a la capacidad de la planta k abierta para el tipo de materia prima m , y la cantidad de producto transportado de los proveedores i a los centros de recolección j debe ser menor o igual a la capacidad de los centros de recolección j abiertos de tamaño n para el tipo de materia prima m .

Las ecuaciones (5) y (6) relacionan los flujos que hay entre cada nivel de los centros de recolección y las plantas. Estas ecuaciones establecen que la cantidad de producto transportado de los proveedores i a los centros de recolección j y transformado en los centros de recolección j debe ser igual a la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k para cada tipo de materia prima m , y también que la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k y transformado en el centro de recolección j debe ser igual a la cantidad de producto transportado de las plantas k a las bodegas l para cada tipo de materia prima m , respectivamente.

Las ecuaciones (7), (8) y (9) indican que no se puede enviar más producto del que se puede disponer. Las ecuaciones (7) utilizan el hecho que la cantidad de producto que sale de los proveedores i a los centros de recolección j debe ser menor o igual a la oferta de los proveedores i para el tipo de materia prima m . Por su parte, las ecuaciones (8) establecen que la cantidad de producto que sale de los centros de recolección j a las plantas k debe ser menor o igual al producto que se puede disponer ya procesado de los centros de recolección j abiertos de tamaño n para el tipo de materia prima m , y las ecuaciones (9) indican que la cantidad de producto que sale de las plantas k a las bodegas l debe ser menor o igual al producto que se puede disponer ya procesado de las plantas k para el tipo de materia prima m .

Con las ecuaciones (10) se asegura que si se abre el centro de recolección j sea con un único tamaño n . Las ecuaciones (11) se utilizan para asegurar que si se abre la planta k sea para un único tipo de materia prima m .

Las ecuaciones (12), (13) y (14) indican que las variables son enteras, y las ecuaciones (15) y (16) indican que las variables son binarias.

Experimentación computacional

Una vez que se modeló matemáticamente el problema, se implementó el modelo en Visual Studio 2019 y para resolverlo se empleó el optimizador comercial IBM® ILOG CPLEX® 12.9 en el lenguaje de programación C++. Para evaluar el desempeño del modelo se construyó un conjunto de instancias aleatorias, las cuales fueron construidas con un generador de instancias, en el cual están implementadas las ecuaciones que representan los parámetros del problema. Los detalles de la implementación computacional se pueden consultar en Ibarra Navarro (2021). La experimentación se llevó a cabo en un ordenador Acer Aspire 3 con procesador Intel® Core™ i5 con 4 GB de RAM y arquitectura de 64 bits. Se consideró un tiempo límite de cómputo de 3600 segundos.

Para la generación de las instancias, la Tabla 1 indica las cardinalidades de los conjuntos I (proveedores), J (centros de recolección), K (plantas), L (bodegas), M (tipos de materias primas) y N (tamaños de apertura de los centros de recolección) que se establecieron para trabajar las instancias. En dependencia del número de proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas, se generaron 16 grupos de instancias variando los tipos de materia prima disponibles. El número de tamaños de apertura de los centros de recolección se mantuvo igual en todas las instancias.

Tabla 1: Instancias aleatorias resueltas respecto a los tiempos y arquitectura del CPU.

Grupo	I	J	K	L	M	N	No. de instancias resueltas
1	10	10	10	10	2	2	5
	10	10	10	10	5	2	5
	10	10	10	10	10	2	5
2	10	10	10	20	2	2	5
	10	10	10	20	5	2	5
	10	10	10	20	10	2	5
3	10	10	20	20	2	2	5
	10	10	20	20	5	2	5
	10	10	20	20	10	2	5
4	10	20	20	20	2	2	5
	10	20	20	20	5	2	5
	10	20	20	20	10	2	5
5	20	20	20	20	2	2	5
	20	20	20	20	5	2	5
	20	20	20	20	10	2	5
6	20	20	20	30	2	2	5
	20	20	20	30	5	2	5
	20	20	20	30	10	2	5
7	20	20	30	30	2	2	5
	20	20	30	30	5	2	5
	20	20	30	30	10	2	3
8	20	30	30	30	2	2	5
	20	30	30	30	5	2	5
	20	30	30	30	10	2	5
9	30	30	30	30	2	2	5
	30	30	30	30	5	2	5
	30	30	30	30	10	2	5
10	30	30	30	40	2	2	5
	30	30	30	40	5	2	5
	30	30	30	40	10	2	5
11	30	30	40	40	2	2	5
	30	30	40	40	5	2	5
	30	30	40	40	10	2	5
12	30	40	40	40	2	2	4
	30	40	40	40	5	2	5
	30	40	40	40	10	2	5
	40	40	40	40	2	2	5

13	40	40	40	40	5	2	5
	40	40	40	40	10	2	4
14	40	40	40	50	2	2	5
	40	40	40	50	5	2	5
	40	40	40	50	10	2	5
15	40	40	50	50	2	2	4
	40	40	50	50	5	2	4
	40	40	50	50	10	2	2
16	40	50	50	50	2	2	4
	40	50	50	50	5	2	5

Fuente: Elaboración propia (Ibarra Navarro, 2021).

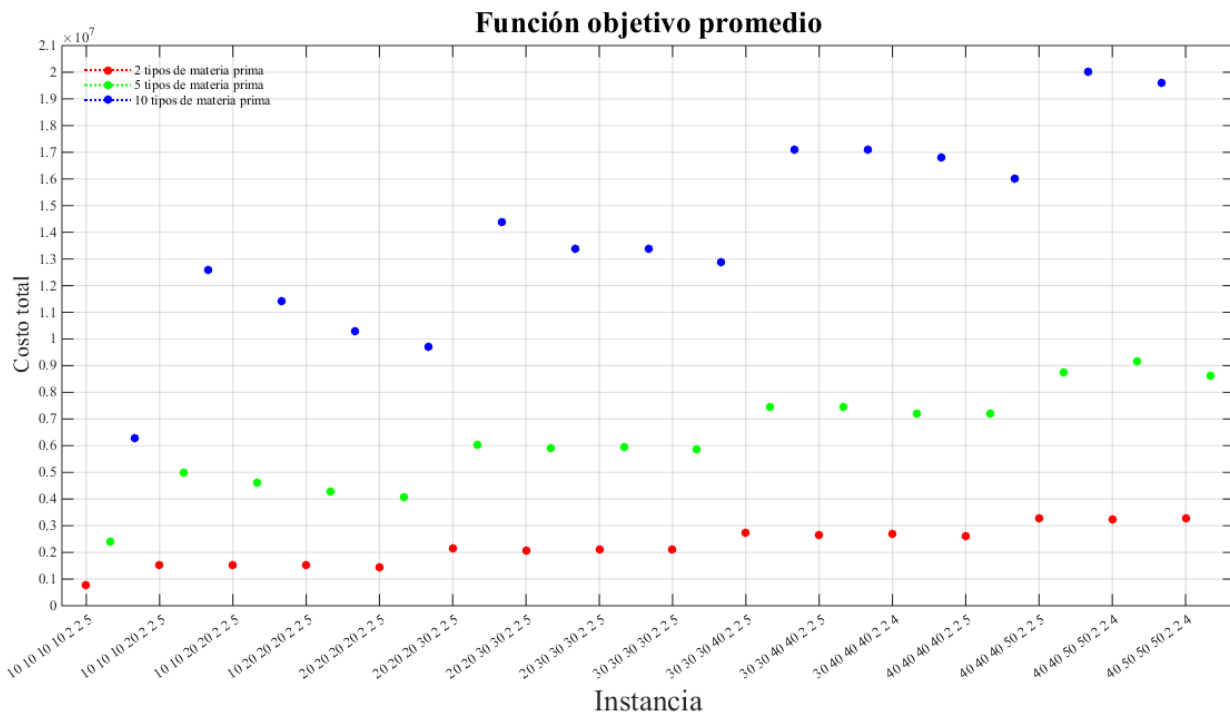
Por cada combinación de I , J , K , L , M y N se ejecutaron cinco instancias, por lo que se consideraron en total 235 instancias. La última columna de la Tabla 1 se refiere al número de instancias que se resolvieron con esa configuración de instancia y con las especificaciones mencionadas. Como puede observarse para algunas configuraciones, algunas de las instancias no se alcanzaron a resolver debido a que no se encontró una solución en el tiempo límite o se acabó la memoria del ordenador, por lo que se obtuvieron en total 225 instancias resueltas.

Resultados

Para analizar los resultados obtenidos se muestran las gráficas de las Figuras 3, 4 y 5, referentes a la función objetivo, el gap y el tiempo de CPU, respectivamente. Cabe resaltar que las figuras se realizaron únicamente con la información de las instancias resueltas a optimalidad indicadas en la Tabla 1.

En el eje horizontal de las Figuras 3, 4 y 5 se presentan las configuraciones de las instancias en el orden de $|I|$, $|J|$, $|K|$, $|L|$, $|M|$, $|N|$ y el número de instancias resueltas. Cada punto representado por distintos colores corresponde a un determinado número de tipos de materias primas, por ejemplo, los primeros tres puntos (rojo, verde y azul) de la Figura 3 representan los valores de la función objetivo promedio para las instancias de dos, cinco y diez tipos de materias primas respectivamente.

En la Figura 3 se muestra el costo total (función objetivo) promedio para las distintas configuraciones de instancias consideradas (indicadas en el eje horizontal). Se observa que los resultados para la función objetivo presentan comportamientos homogéneos entre las variaciones en la configuración de las instancias y sobre el número de tipos de materias primas, lo que indica que las instancias a pesar de ser aleatorias no presentan inconsistencias entre



ellas.

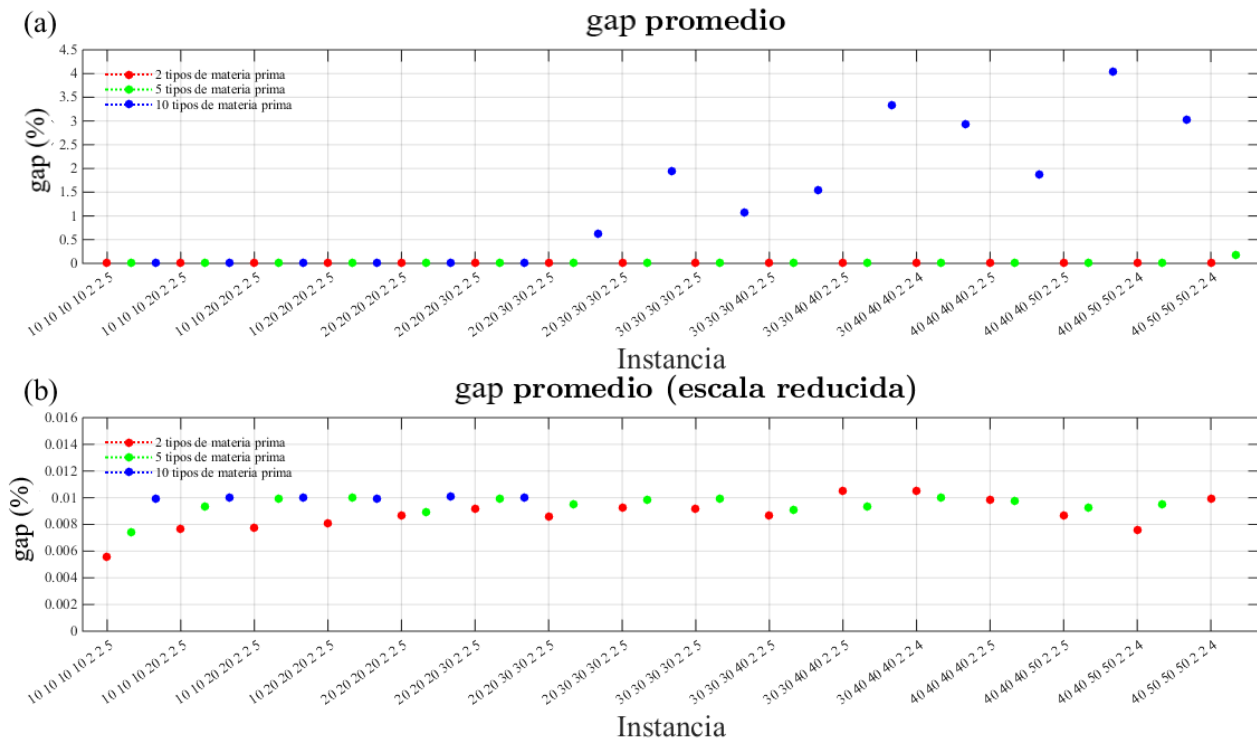
Figura 3: Función objetivo promedio para las instancias aleatorias.

Fuente: Elaboración propia.

Los algoritmos exactos son aquellos que son capaces de converger o garantizar la optimalidad. Para ello, algunos algoritmos tienen que calcular cotas inferiores y superiores. Dichas cotas deben satisfacer que el valor óptimo no sea mayor que la cota superior que se tiene ni menor que la cota inferior que se tenga, donde se busca que dicha brecha sea lo más pequeña posible. En optimización, dicha brecha se conoce como el gap. La Figura 4 muestra en el eje vertical el valor del gap promedio obtenido (%) para las instancias agrupadas con su misma

configuración, indicadas en el eje horizontal. Se observa que los valores del gap promedio obtenido (%) sobre las instancias con diez tipos de materias primas (puntos azules) suelen ser mayores respecto a las de dos (puntos rojos) y cinco (puntos verdes) tipos de materias primas. Las instancias con diez tipos de materias primas configuradas a partir de 20 20 30 30 2 2 5 son las que destacan de las demás, pues su gap promedio es mayor a 0.5%. Las instancias con dos y cinco tipos de materias primas presentan más soluciones cercanas al óptimo global, pues ambas presentan gaps promedios cercanos a 0%.

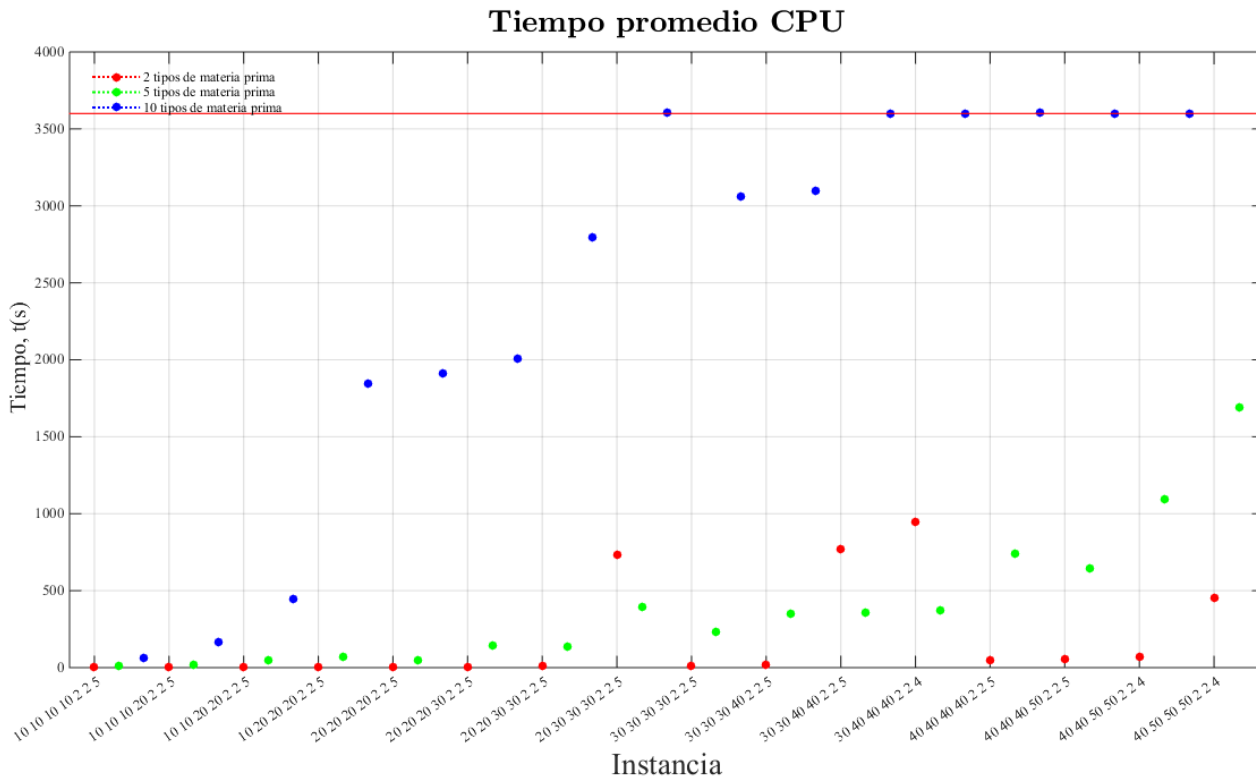
Figura 4: Gap promedio para las instancias aleatorias.



Fuente: Elaboración propia.

La Figura 5 muestra en el eje vertical el tiempo promedio de CPU obtenido (s) y en el eje horizontal los grupos de instancias con cierta configuración. Se observa que los resultados para el tiempo promedio de CPU con diez tipos de materias primas (puntos azules) muestran mayor tiempo de CPU (s) respecto a las instancias de dos (puntos rojos) y cinco (puntos

verdes) tipos de materias primas, de hecho, algunas instancias con diez tipos de materias primas (puntos azules) alcanzan el tiempo límite de 3600 segundos. Además, de los 16 grupos de instancias solamente tres grupos presentaron que las instancias con dos tipos de materias primas (puntos rojos) obtuvieron mayores tiempos de CPU respecto a las de cinco tipos de



materias primas (puntos verdes, grupos 8, 11 y 12).

Figura 5: Tiempo promedio de CPU para las instancias aleatorias.

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

Para el problema de cadena de suministro para la producción de alimentos extruidos se mostró que el modelo de programación lineal entera propuesto presenta resultados favorables debido a que este funciona de manera idónea, debido a que éste proporciona soluciones óptimas o cercanas al óptimo en tiempos de cómputo razonables, lo cual asegura que las decisiones

sobre el flujo de productos, apertura de los centros de recolección y apertura de las plantas son las mejores posibles.

Respecto al valor obtenido de la función objetivo, en la Figura 3 se muestra que las instancias con dos, cinco y diez tipos de materias primas se comportan de manera homogénea entre las instancias que comparten las dimensiones en su configuración. Lo anterior podría explicarse porque se busca satisfacer la demanda generada en cada una de las bodegas, puesto que se observó que se presentan costos totales similares en las instancias con dos, cinco y diez tipos de materias primas, entre las instancias que tienen la misma cantidad de bodegas y tipos de materias primas.

Por otra parte, se analizó en la Figura 4 que los gaps obtenidos de las instancias con dos tipos de materias primas son similares a las obtenidas de instancias con cinco tipos de materias primas, es decir, para instancias con dos y cinco tipos de materias primas se obtienen soluciones óptimas. También se observó que más de la mitad de los promedios obtenidos de las instancias con diez tipos de materias primas obtienen gaps mayores al 0.00% y se encontraron por debajo del 4.5%, donde se muestra que a mayor número de tipos de materias primas y a mayor tamaño de la configuración de las instancias, mayor es el gap obtenido.

En la Figura 5 se observó que el aumento de tiempo de CPU se relaciona con el número de tipos de materias primas y el tamaño de las instancias, donde a mayor número de tipos de materias primas se requiere mayor tiempo de CPU para resolver las instancias, de igual manera conforme incrementa el tamaño de la instancia el tiempo de CPU también incrementa.

Los análisis realizados presentan las relaciones de la función objetivo, gap y tiempo de CPU, entre las instancias con un tamaño de configuración y un número de tipos de materias primas. Referente a estos tres análisis, se puede determinar que las instancias con dos y cinco tipos de materias primas se comportan de forma muy similar, pues se presentaron costos totales estables, gaps semejantes, y solamente los tiempos de CPU difieren, donde las instancias con dos tipos de materias primas presentaron un menor tiempo de CPU respecto a las instancias con cinco tipos de materias primas. Además, las soluciones obtenidas muestran que, para las

instancias con dos y cinco tipos de materias primas, se obtienen generalmente soluciones óptimas.

Por otro lado, mediante los análisis ya mencionados, se determinó que las instancias con diez tipos de materias primas suelen tener soluciones factibles para instancias con un mayor tamaño de configuración, debido a que presentan gaps mayores a 0.00% y, por ende, tiempos de CPU sobre el tiempo límite de 3600 s.

Se determinó que las limitaciones que se pueden encontrar para instancias con dos y cinco tipos de materias primas (las cuales se resuelven dentro del tiempo límite de 3600 s) son que, para instancias con una configuración más grande que 40pr40c50p50b10pdto y 40pr50c50p50b5pdto, se pueden obtener soluciones factibles debido a que se alcance el tiempo límite de CPU. Las limitaciones sobre las instancias con diez tipos de materias primas también se relacionan con el tamaño de la configuración de las instancias, pues generalmente solo es posible obtener soluciones factibles a medida que aumenta el tamaño de la configuración a 20pr30c30p30b, por lo que no se puede garantizar una solución óptima a partir de esta configuración. Estas limitaciones sobre el tamaño de las instancias son importantes para las futuras problemáticas reales, por ejemplo, donde se pueda considerar como el cliente final a todas las escuelas de nivel preescolar y primaria del estado de Coahuila, pues se cuentan con 3,537 escuelas y 464,136 alumnos en total de nivel preescolar y primaria en el estado (Secretaría de Educación Coahuila. Escuela Transparente., sf). Además, si se supone que se distribuirá el producto de dos a tres veces por semana en un periodo de 36 semanas hábiles referentes a un ciclo escolar, la demanda anual de las escuelas se encontrará entre 33,417,792 y 50,126,688 *snacks*, lo cual considerando que, si se cuentan con 30 bodegas, cada una de ellas deberá de almacenar en promedio entre 1,113,926 y 1,670,890 *snacks*, por lo que considerar instancias con 30 bodegas o más representaría una instancia para un posible caso de estudio.

Como trabajo a futuro, se podrían considerar características adicionales en el problema como la temporalidad de la materia prima, la incertidumbre en la disponibilidad de la materia prima,

la optimización de dos funciones objetivo como puede ser un objetivo económico y otro ambiental, entre otros. Al agregar estas características, podría aumentar la complejidad del problema, por lo que quizás sea necesario desarrollar técnicas heurísticas o metaheurísticas para resolverlo.

Referencias

Beres, C., Costa, G. N., Cabezudo, I., da Silva-James, N. K., Teles, A. S., Cruz, A. P., Mellinger Silva, C., Tonon, R. V., Cabral, L. M., y Freitas, S. P. (2017). Towards integral utilization of grape pomace from winemaking process: A review. *Waste Management*, 68:581 – 594. <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2017.07.017>

Cornuéjols. G., Nemhauser, G. & Wolsey, L. A. (1990). The uncapacitated facility location problem. *P. Mirchandani y R. Francis (Editores), Discrete Location Theory*, 119-171.

Daskin, M.S., Snyder, L.V., Berger, R.T. (2005). Facility Location in Supply Chain Design. *Langevin, A. y Riopel, D. (Editores), Logistics Systems: Design and Optimization*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/0-387-24977-X_2

Hosch, W. L. (2020). P versus NP problem. *Encyclopedia Britannica*. <https://www.britannica.com/science/P-versus-NP-problem>

Ibarra Navarro, M. (2021). Desarrollo de una cadena de suministro para el aprovechamiento de residuos agroindustriales en la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza. Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Coahuila.

Jonkman, J., Barbosa-Póvoa, A. P., y Bloemhof, J. M. (2018). Integrating harvesting decisions in the design of agro-food supply chains. *European Journal of Operational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.12.024>

Martins, C. L., Melo, M. T., y Pato, M. V. (2018). Redesigning a food bank supply chain network in a triple bottom line context. *International Journal of Production Economics*. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.11.011>

Melo, T., Nickel, S., y da Gama, F. S. (2007). Facility location and supply chain management – a comprehensive review. *Reporte técnico 130, Fraunhofer (ITWM)*.

Melo, T., Nickel, S., y Saldanha-da Gama, F. (2009). Facility location and supply chain management – a review. *European Journal of Operational Research*, 196:401–412. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.05.007>

Mogale, D. G., Ghadge, A., Kumar, S. K., y Tiwari, M. K. (2019). Modelling supply chain network for procurement of food grains in India. *International Journal of Production Research*, 58(21), 6493–6512. <https://doi.org/10.1080/00207543.2019.1682707>

Mostafaeipour, A., Sedaghat, A., Hedayatpour, M., y Jahangiri, M. (2020). Location planning for production of bioethanol fuel from agricultural residues in the south of Caspian Sea. *Environmental Development*, 100500. <https://doi.org/10.1016/j.envdev.2020.100500>

Paraman, I., Sharif, M. K., Supriyadi, S., y Rizvi, S. S. (2015). Agro-food industry byproducts into value-added extruded foods. *Food and Bioproducts Processing*, 96:78 – 85. <https://doi.org/10.1016/j.fbp.2015.07.003>

Sarker, B. R., Wu, B., & Paudel, K. P. (2018). Optimal number and location of storage hubs and biogas production reactors in farmlands with allocation of multiple feedstocks. *Applied Mathematical Modelling*, 55, 447–465. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.11.010>

Salehi-Amiri, A., Zahedi, A., Calvo, E.Z., y Hajiaghaei-Keshteli, M. (2022). Designing a Closed-loop Supply Chain Network Considering Social Factors; A Case Study on Avocado Industry. *Applied Mathematical Modelling*. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.08.035>

Schieber, A., Stintzing, F., y Carle, R. (2001). By-products of plant food processing as a source of functional compounds — recent developments. *Trends in Food Science and Technology*, 12(11):401 – 413. [https://doi.org/10.1016/S0924-2244\(02\)00012-2](https://doi.org/10.1016/S0924-2244(02)00012-2)

Secretaría de Educación Coahuila. Escuela Transparente. (s.f.). Estadística de educación básica ciclo escolar 2017-2018. [base de datos]. <http://web.seducoahuila.gob.mx/estadistica/Frameestxmpio.html>.

Shah, F. u. H., Sharif, M. K., Bashir, S., y Ahsan, F. (2018). Role of healthy extruded snacks to mitigate malnutrition. *Food Reviews International*, 35(4):299–323. <https://doi.org/10.1080/87559129.2018.1542534>

Vendruscolo, F., Albuquerque, P., Streit, F., Esposito, E., y Ninow, J. (2008). Apple pomace: A versatile substrate for biotechnological applications. *Critical reviews in biotechnology*, 28:1–12. <https://doi.org/10.1080/07388550801913840>

Wang, M., Cheng, Q., Huang, J., y Cheng, G. (2021). Research on optimal hub location of agricultural product transportation network based on hierarchical hub-and-spoke network model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 566, 125412. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125412>

Yan, B., Chen, X., Cai, C., y Guan, S. (2020). Supply chain coordination of fresh agricultural products based on consumer behavior. *Computers & Operations Research*, 123, 105038. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105038>